

**Задание практической части предпрофессионального экзамена на базе  
МГТУ «СТАНКИН»**

**Направление практической части экзамена: конструкторское**

**Направление подготовки: робототехника и микроэлектроника**

**Образцы заданий:**

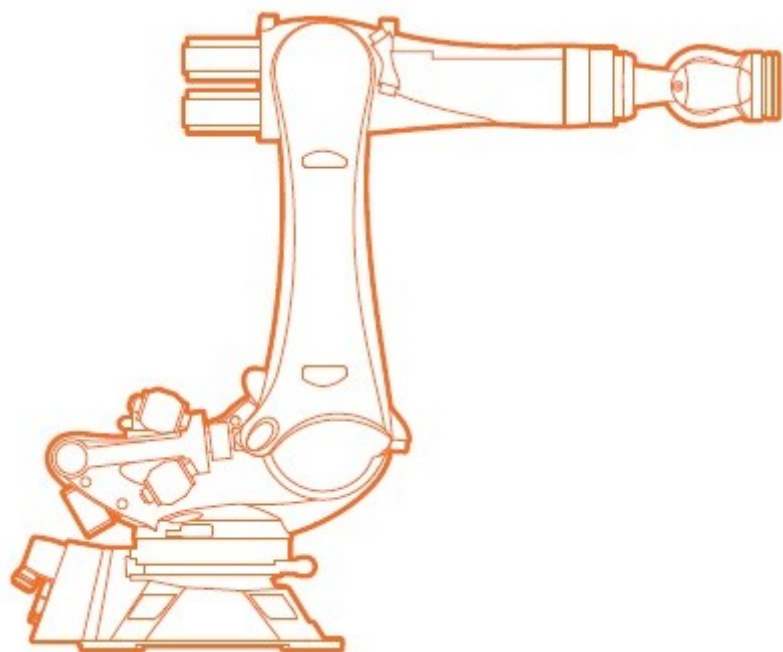


Рис. 1

**Прямая задача о положении двухзвенного манипулятора.**

**ЗАДАНИЕ**

**Решение:** Прямая задача о положении состоит в определении декартовых координат  $(x, y)$  характеристической точки  $P$  манипулятора по заданным обобщенным координатам  $(q_1, q_2)$  многосвязного механизма. Решение этой задачи используется при построении рабочей зоны манипулятора. Полученное решение представляет собой совокупность двух

функций, которые устанавливают связь между обобщенными и декартовыми координатами манипулятора:

$$\begin{cases} x = L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y = L_1 \sin q_1 + L_2 \sin(q_1 + q_2) \end{cases} \begin{cases} x = L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) \\ y = L_1 \sin q_1 + L_2 \sin(q_1 + q_2) \end{cases} \quad (1)$$

### Обратная задача о положении двухзвенного манипулятора

Решить систему алгебраических уравнений (1) относительно обобщенных координат  $(q_1, q_2)$ . Вводятся дополнительные переменные  $r$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ . (Рис. 2)

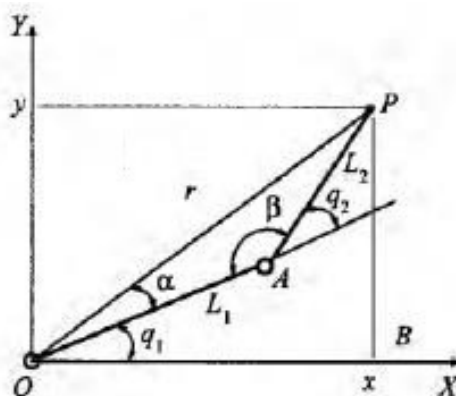


Рис. 2

По теореме косинусов для треугольника OPA:

$$r^2 = x^2 + y^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos \beta$$

Из этого уравнения найдем значение угла  $\beta$ . Учитывая, что угол  $q_2 = \pi - \beta$ , можно получить выражение для второй обобщенной координаты:

$$q_2 = \pm \arccos \left( \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right) = \pm \arccos \left( \frac{r^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right) = \pm \arccos \left( \frac{r^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right). \quad (2)$$

По теореме синусов найдем угол  $\alpha$ .

$$\sin \alpha = \frac{L_2}{r} \sin q_2 = \pm \frac{L_2}{r} \sqrt{1 - \cos^2 q_2} \sin \alpha = \frac{L_2}{r} \sin q_2 = \pm \frac{L_2}{r} \sqrt{1 - \cos^2 q_2}. \quad (3)$$

Подставим найденное выражение (2) в формулу (3):

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{L_2}{r} \sin q_2 = \pm \frac{L_2}{r} \sqrt{1 - \cos^2 q_2} \\ \sin \alpha &= \pm \frac{L_2}{r} \sqrt{1 - \left( \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right)^2} = \\ &= \pm \frac{L_2}{r} \sqrt{1 - \left( \frac{r^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right)^2} \end{aligned}$$

Из прямоугольного треугольника ОРВ имеем  $\operatorname{tg}(\alpha + q_1) = \frac{y}{x}$

$$\operatorname{tg}(\alpha + q_1) = \frac{y}{x}.$$

Тогда для первой обобщенной координаты получается следующее выражение

$$q_1 = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \alpha = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \pm \arcsin \frac{L_2}{r} \sqrt{1 - \left( \frac{r^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right)^2},$$

где  $r^2 = x^2 + y^2$ .

### Критерии проверки работ (исходя из 15 баллов)

Содержание критерия	баллы
Обоснованно получен верный ответ	15
Решение содержит вычислительную ошибку, не приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	10
Решение содержит вычислительную ошибку, приведшую к неверному ответу.	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	15